

**APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS
POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER**



**ESTUDIANTE
JESÚS AMADO PEREA MONTOYA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA ENERO, 2017**

**APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS
POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER**



**ESTUDIANTE
JESÚS AMADO PEREA MONTOYA**

**ASESOR
FERNANDO MESA
MAGISTER**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA ENERO, 2017**

Nota de aceptación

Jurado 3

Jurado 2

Jurado 1

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme fortaleza para lograr esta meta después que me parecía imposible.

A la asesor, Fernando Mesa por acompañarme durante este proceso de formación, por sus ideas y por su capacidad para renovar y dar soluciones.

A mis compañeros de universidad por compartir juntos este camino y esta utopía que hoy se está haciendo realidad.

A la Institución Educativa Francisco José de Caldas por compartir sus experiencias conmigo y por enseñarme todo aquello que va más allá de lo académico.

DEDICATORIA

A Dios.

Por su infinita bondad y amor además por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos.

A toda mi familia, por haber brindado con su apoyo y esfuerzo emprendedor el soporte suficiente para alcanzar las metas proyectadas.

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	11
PALABRAS CLAVE	11
SUMMARY	11
KEYWORDS	12
1. TITULO	13
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
2.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	16
3. OBJETIVO GENERAL	17
4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
5. JUSTIFICACIÓN	19
6. ESTADO DEL ARTE	21
7. MARCO TEÓRICO	24
8. DISEÑO METODOLÓGICO O PLAN DE LA INVESTIGACIÓN	27
8.1. POBLACIÓN Y MUESTRA	29
8.2. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	29
9. DESARROLLO DE LA INFORMACIÓN	30

9.1.	FASE 1: INFORMACIÓN	30
9.2.	FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA	33
9.3.	FASE 3: EXPLICITACIÓN	40
9.4.	FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE	43
9.5.	FASE 5: INTEGRACIÓN	49
10.	RESULTADOS	52
10.1.	RESULTADOS DEL TEST INICIAL	52
10.2.	COMPARATIVO DEL TEST INICIAL Y EL TEST FINAL	65
11.	CONCLUSIONES	69
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
	ANEXOS	73

TABLA DE IMÁGENES

		Pág.
1	Estudiantes 601	30
2	Cubo en Poly Pro	40
3	Cubo	41
4	Tetraedro en Poly Pro	43
5	Plano del Tetraedro	44
6	Estudiantes con Tetraedro	44
7	Octaedro en Poly Pro	46
8	Estudiante con Grafo de Octaedro	47
9	Icosaedro en Poly Pro	47
10	Diseño de un Grafo	48
11	Grafo del Icosaedro	48
12	Dodecaedro en Poly Pro	49
13	Grafo del Dodecaedro	50
14	Poliedro Irregular	51
15	Creación del Poliedro Irregular	51

TABLA DE GRÁFICOS

		Pág.
1	Figuras geométricas	52
2	Poliedro	53
3	Grafos	53
4	Útiles escolares	54
5	Triángulo	55
6	Lados del triángulo	55
7	Vértices del triángulo	56
8	Cuadrado	56
9	Lados del cuadrado	57
10	Número de Vértices	57
11	Pentágono	58
12	Lados del Pentágono	58
13	Vértices del Pentágono	59
14	Héxagono	59
15	Lados del Héxagono	60
16	Vértices del Héxagono	60

17	Circulo	61
18	Cubo	61
19	Formación de Poliedros	62
20	Grafos de Poliedros	63
21	Polígonos	65
22	Poliedros	65
23	Partes de un Poliedro	66
24	Grafos	66
25	Relación de Grafos	67
26	Conocimiento de Grafos	67
27	Formula de Euler	68
28	Fase 2	69
29	Fase 3	70
30	Fase 4	70
31	Fase 5	71

RESUMEN

Con este proyecto se propuso dar una posible solución al problema de aprendizaje de la teoría de grafo a través de los poliedros y la característica de Euler. Se propone como una experiencia didáctica para ser desarrollada e interiorizada por los estudiantes de sexto cero uno de la institución educativa Francisco José de Caldas.

Las acciones planteadas en este proyecto se construyeron en forma secuencial teniendo en cuenta cómo evolucionan los estudiantes en el pensamiento geométrico y las distintas fases del aprendizaje según las fases del modelo Van Hiele.

Se estudió la teoría de grafos haciendo que cada estudiante realizará los planos en cartulina de los poliedros regulares a través de polígonos para aplicarles el teorema de Euler y finalizando con la figura bidimensional.

Como Conclusiones, se encontraron aspectos muy interesantes en el trabajo de aula como solidaridad, compañerismo y motivación de los estudiantes por aprender de una forma diferente como la manipulación de los materiales.

PALABRAS CLAVE

Poliedro, polígono, razonamiento geométrico, característica de Euler y Modelo de Van Hiele.

SUMMARY

This project was proposed to give a possible solution to the problem of learning graph theory through the polyhedrons and the Euler characteristic. It is proposed as a learning experience to be developed and internalized by sixth- zero one of the schools Francisco Jose de Caldas.

The actions proposed in this project were built sequentially considering how students evolve in geometric thinking and the different stages of learning phases according to Van Hiele model.

Graph theory was studied by each student will make the planes in the regular polyhedra cardboard polygon dare to apply Euler's theorem and ending with the two-dimensional figure.

As Conclusions very interesting aspects were found in classroom work as solidarity, friendship and motivating students to learn in a different way as the manipulation of materials.

KEYWORDS

polyhedron, polygon, geometric reasoning, Euler characteristic and Van Hiele Model.

1. TITULO

**APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFO A TRAVÉS DE LOS
POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER**

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha tratado de generar políticas que redunden en calidad y en un mejor sistema educativo, sin embargo, según estudios “aunque en los últimos años se han dado avances importantes en las tasas de cobertura bruta y neta existen todavía muchos niños y jóvenes fuera del sistema escolar, especialmente en los niveles de pre-escolar y media. Estas fallas pueden deberse a una falta de bajos recursos económicos de las familias y baja motivación de los padres en el primer nivel y a una tasa de deserción acumulada muy alta a lo largo de la vida escolar”. (Fedesarrollo, 2014).

Entonces el MEN crea los estándares básicos de competencias en matemáticas enmarcados en los diferentes tipos de pensamientos lógicos, relegando a la Geometría a un segundo plano, sin embargo, es parte de la Matemática y de suma importancia para que los estudiantes de sexto y séptimo comprendan qué es un plano o un ángulo o cómo se mide, clases de figuras y áreas, es decir “Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales y clasifico polígonos en relación con sus propiedades” pag 84.

En su trabajo (MORENO, 2012) cita “trabajos realizados por investigadores europeos y de América latina tales como: Jimeno (2002), Domínguez (2004), Geary (1999), Ginsburg (1997), López (2009), Carrillo (2009), Salazar, López y Romero (2005), Nováez (1986), McClelland (1974), Engelmann, Carnina y Steely (1991), González-Piensa (1998), Luria (1977), quienes coinciden en establecer. De otro lado, tres agentes causantes de bajo rendimiento académico son: Las condiciones naturales del estudiante, el papel de la familia y las estrategias aplicadas por los docentes”.

También, hay estudiantes que presentan baja motivación y no les interesa aprender, otros solo estudian para la nota, como si el aprendizaje se tratara de conocimientos a

corto plazo. (Santander, 2012). Realiza un estudio entre los estudiantes de alto, medio y bajo rendimiento y fracaso escolar.

Raymond Duval (2004) “el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión”.

Otro aporte relevante es que los contenidos geométricos en los últimos años no han permeado el currículo en las aulas de clase, desconociendo el aporte lógico y de razonamiento abstracto que se potencia a través del desarrollo de las competencias espaciales, también las representaciones mentales y gráficas que establece el estudiante del mundo que le rodea. Igualmente, durante muchos años se ha minimizado el valor de las figuras, dibujos, diagramas, como instrumentos de ayuda para facilitar los conceptos geométricos. (Quintero & Cardona, 2012). Es así que la geometría se convierte en un relleno de las matemáticas para el último periodo de clases y además una sola hora semanal.

En la Institución Educativa Francisco José de Caldas cuyo modelo pedagógico es el aprendizaje significativo se presenta una fragmentación, una división entre las nuevas formas de potenciar el aprendizaje y las tendencias tradicionales, es evidente que la juventud de hoy requiere de estilos, modelos, paradigmas distintos que motiven y le generen sentido a su propio aprendizaje.

En el área de matemáticas de la Institución Educativa se evidencia concretamente cierta dificultad para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Es así que la geometría y su campo de estudio referente a los poliedros se viene enseñando solo como un simple trabajo de tablero donde solo se puede trabajar con figuras bidimensionales.

Además, “Douady (2001) nos dice que en muchos escenarios académicos se enseña la geometría partiendo del solo espacio, que es el espacio en el cual uno vive, al micro espacio que es el espacio de los objetos pequeños que uno puede atajar y mover; en la escuela por lo general se hace en un ambiente lápiz y papel lo cual crea en el estudiante una

brecha entre lo bidimensional con lo tridimensional, puesto que al abordar los objetos geométricos representados en tres dimensiones en un ambiente lápiz y papel se genera la idea de que la geometría solo se es posible apreciar desde el tablero o el cuaderno de notas, lo cual puede generar dificultad al momento de visualizar desde diferentes dimensiones el objeto geométrico a tratar y por tanto, no reconocer las propiedades de este”. Citado por (Castrillon & Hoyos, 2013)

Una dificultad presentada por los estudiantes en la teoría de grafos son las representaciones de figuras mediante objetos geométricos: grafos de intersección, grafos de visibilidad. En este tipo de representaciones los vértices suelen ser objetos geométricos simples: círculos, segmentos, vértices y las aristas están dadas por relaciones entre dichos objetos.

Otra dificultad en cuanto recursos y comprensión está relacionada con los planteamientos teóricos de grafos, donde el estudiante tiene la posibilidad de explorar, descubrir, ensayar, probar y lo más importante crear figuras o poliedros donde pueden vivenciar a través de la manipulación y la observación toda la lógica del pensamiento geométrico.

El presente proyecto pretende promover el aprendizaje significativo, el análisis y la comprensión de los grafos en los estudiantes de grado 6:01 de la Institución Educativa Francisco José de Caldas.

2.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo potenciar el aprendizaje significativo de la geometría a través de la teoría de grafos con los poliedros y la característica de Euler en los estudiantes de 6:01 de la Institución Educativa Francisco José de Caldas?

3. OBJETIVO GENERAL

Estructurar el aprendizaje del concepto de grafos a través de los poliedros y la característica de Euler en los estudiantes de grado sexto cero uno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas.

4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar el modelo de Van Hiele para que los estudiantes aprendan la teoría de grafos a través de los poliedros.
- Construir poliedros o situaciones que permitan afianzar en los estudiantes el concepto de grafos.
- lograr que los estudiantes entiendan y apliquen la característica de Euler en los poliedros y se apropien de ellos.

5. JUSTIFICACIÓN

La teoría de grafos es una rama de la matemática muy importante ya que permite unir, temas de combinatoria, geometría de polígonos y aritmética, es relevante en la vida de los educandos porque ellos necesitan comprender, manejar, tener lógica espacial y razonamiento competitivo que garantice el desarrollo del pensamiento analítico. El MEN entonces construye los lineamientos curriculares del área de matemáticas y plantea los conocimientos básicos, estructura el pensamiento espacial y sistemas geométricos (MEN M. d., 1998).

Plantea que al pasar las manos por la superficie de los objetos, muebles y paredes se puede entender con mayor claridad la diferencia entre los cuerpos y entre las formas planas y curvas. La interrupción del movimiento posibilita el concepto de superficie como frontera de un cuerpo y el movimiento de la mano hace posible la construcción del concepto de plano, el de región y el de área. (MEN M. d., 1998).

Lo planteado por el MEN es importante para los estudiantes porque les permite manipular, crear figuras, explorar el conocimiento y llegar al entendimiento significativo de la teoría grafos.

Con la idea de mejorar la calidad de la educación en el área de matemática el MEN ha creado los Derechos Básicos de Aprendizaje y dice lo siguiente “Son una selección de saberes claves que indican lo que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar desde 1° hasta 11° para las áreas de lenguaje y matemáticas” y dentro de ellos se plantea la construcción de moldes para cubos, cajas, prismas o pirámides dadas sus dimensiones, usa letras para representar cantidades y en expresiones sencillas para representar situaciones. (MEN M. d., 2015).

Dentro del plan de área de matemática de la Institución Educativa Francisco José de Caldas se plantea la enseñanza de los polígonos y poliedros debido a su gran importancia, el Ministerio de Educación de Perú afirma “En nuestro que hacer diario frecuente-

mente nos encontramos con sólidos geométricos, ya que vivimos en un mundo de tres dimensiones: una caja de zapatos, un ladrillo, una pelota de fútbol, un cono señalizador, un edificio, un tanque de agua, una lata de leche, un envase para concentrado de frutas, un lápiz, etc.” (Peru, 2007).

Es bueno señalar que la característica de Euler ayuda a comprender los poliedros desde sus aristas, caras y vértices y así se adentra al mundo de la teoría de grafos y de una forma sencilla permite desarrollar estrategias que apuntan al buen desempeño cuando se trata de resolución de problemas.

“La Teoría de Grafos presenta tanto a docentes como a alumnos un material que permite hacer que las clases de matemáticas pierdan la excesiva formalidad con la que se las trataba años atrás”. (Lestón & Veiga, 2002).

A través de la manipulación y construcción de poliedros los estudiantes de grado 6:01 se apropiarán de los conceptos de grafos, vivenciarán la temática y las actividades serán más llamativas para ellos.

6. ESTADO DEL ARTE

Para el desarrollo del proyecto no se desconocerán los aportes y los análisis de diferentes investigaciones relacionadas con grafos, poliedros y la regla de Euler, se describen los principales resultados y conclusiones que hacen sus autores.

(Vanegas, Henao, & Gustin) En el texto, la teoría de grafos en la modelación matemática de problemas en contexto conclusiones y proyecciones, afirman que las situaciones geométricas o matemáticas se solucionan mediante la teoría de grafos y a su vez incentivan las cualidades de visión espacial, abstracción de problemas, capacidad de deducción y generalización de los estudiantes. Así pues, los grafos representan un recurso didáctico fundamental para provocar el aprendizaje y el desarrollo significativo de los conceptos matemáticos, también le brindan la oportunidad a los estudiantes para que “reinventen” y miren la matemática desde otra perspectiva, lo que es positivo puesto que se aumenta el eficiente desarrollo de competencias y el interés por la ciencia.

(Hernández, 2003) en un estudio de textos de ciencias de la naturaleza hacen un análisis cuantitativo basado en la teoría de grafos y consiste en la realización de determinados estudios del contenido de libros de Ciencias de la Naturaleza de 1º, 2º, 3º y 4º cursos de Enseñanza Secundaria obligatoria y hacen referencia al tratamiento de las propiedades físicas de la materia mediante un nuevo método de análisis de contenido basado en teoría de grafos.

(Vergel, Molina, & Echeverry, 2005), realizaron una investigación titulada grafos en la educación básica, es una propuesta para introducir la teoría de grafos en la educación básica colombiana. Contiene una revisión de los aspectos matemáticos de la teoría de grafos incorporados en la secuencia de actividades y de algunos aspectos didácticos donde se examina la pertinencia del tema para la educación algunas conclusiones fueron: Los estudiantes aprendieron la terminología básica de los grafos y lograron establecer diferentes criterios de conocimiento y pensamiento (ruta euleriana) para determinar si un grafo es recorrible. Con esta actividad se constató que es posible trabajar con-

tenidos de topología y grafos a nivel comprensible para estudiantes de educación básica, garantizando la comprensión de los contenidos.

(Morales, Escolano, & Marcén, 2009) realizaron una investigación titulada empleo didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos. Una experiencia, con el objetivo de mostrar la importancia y utilidad de los procesos de matematización donde se obtuvo como conclusión que el juego aumenta el factor motivador de las actividades facilitando la introducción y asimilación de los conceptos.

(Braicovich, 2012) propuso incorporar algunos conceptos de grafos en distintos niveles de escolaridad dice: El tema teoría grafos no se encuentra en general en los currículos escolares, por lo que he llevado a cabo varias investigaciones, en distintos niveles educativos y en diferentes contextos sociales, con el fin de evaluar la viabilidad de introducirlo, a partir de las mismas he podido concluir que el trabajar con algunos conceptos de grafos ayuda a los alumnos en varios aspectos dentro del proceso de aprendizaje.

(Nouche) realizo un trabajo titulado, teoría de grafos propuesta para escuelas secundarias cuyos objetivos son, que los alumnos conozcan un panorama breve, pero a la vez abarcador, sobre varios temas de la teoría de grafos; que comprueben cómo una herramienta matemática modeliza problemas de la realidad con mayor evidencia para ellos en la práctica llegando a la conclusión. Los contenidos seleccionados en esta propuesta sobre Teoría de Grafos resultan sumamente aplicables a la escuela secundaria e incluso a los últimos años de la escuela primaria, ya que no se requiere de conocimientos matemáticos previos y permite el desarrollo de estrategias que apuntan a favorecer un buen desempeño en la resolución de problemas.

(Arboleda, 2011) desarrollo un trabajo titulado. Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista y concluye la geometría ha de ser presentada como un conjunto de conocimientos y procedimientos que han evolucionado en el transcurso del tiempo y por lo tanto se ve la necesidad de implementar una estrategia didáctica de enseñanza aplicando el modelo de Van Hiele (1957), partiendo de los conceptos previos del estudiante del grado sexto de básica secundaria, además se debe tener en cuenta que los conocimientos adquiridos no se deben dar por consolidados, por ello es importante la realización de actividades iniciales para detectar dificultades y facilitar la comprensión del pensamiento espacial,

la noción espacial y el sistema geométrico.

(Rodríguez, 2013), su investigación. Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría, con el objetivo de planificar, ejecutar y evaluar una experiencia de enseñanza en geometría que favorezca el aprendizaje activo y el proceso de conceptualizar en los estudiantes. Obteniendo como conclusión. La clase planificada, ejecutada y evaluada, desde la pregunta ¿qué es un poliedro?, promovió un ambiente de aprendizaje centrado en la participación activa y de equipo tanto de profesores como estudiantes. Donde los procesos y competencias puestas en escena por los estudiantes apuntaron al descubrimiento, la exploración, el razonamiento y la conceptualización, apoyados en la mediación instrumental con materiales tecnológicos y manipulables y el uso de diferentes registros semióticos de representación.

(Chavez & Floriano, 2011), competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación a la enseñanza de los cuadriláteros con el objetivo de contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado 7° de la educación básica secundaria, a partir del estudio de cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica. Se determinan las principales contribuciones de tipo teórico y didáctico y se perfilan sugerencias de continuidad para el estudio.

(Ávarez, 2014), El desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento tiene como objetivo. Propiciar el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento, desde la implementación de una Unidad Didáctica con el tema de sólidos con alumnos de grado noveno de la Institución Educativa Normal Superior de Envigado llegando a la conclusión:

A partir del desarrollo de la Unidad Didáctica, se evidenció que los aspectos ideales y reales que intervienen en el desarrollo del pensamiento espacial, se hacen evidentes cuando surgen de los conceptos, las representaciones gráficas y mentales y del contacto directo con el objeto de estudio garantizando un desarrollo cognitivo, los cuales le permiten ser analítico, creativo y autónomo.

7. MARCO TEÓRICO

El marco teórico más coherente para esta investigación se basa en el modelo de Van Hiele que se posiciona en el manejo de la geometría escolar, en él se plantean unos niveles de razonamiento para potenciar el pensamiento espacial geométrico en este sentido, se manifiesta como una base para el aprendizaje de la teoría de grafos, los poliedros y la formula de Euler. (Pastor, 1993), el modelo de Van Hiele tiene su origen en los trabajos de dos profesores Holandeses de Matemática, discípulos de Freudenthal en los años 50, Pierre Marie Van Hiele y Diana Van Hiele – Geldof, que en sus tesis doctorales presentaron, respectivamente un modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría (Van Hiele, 1957) y un ejemplo concreto de aplicación de ese modelo a unos cursos de geometría (Van Hiele – Geldof, 1957).

(Fouz & Donosti, 2013), la prematura muerte de Dina provocó que fuese su esposo el encargado de su mayor difusión. El libro original donde se desarrolla la teoría se titula “Structure and Insight”. Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes “el lenguaje utilizado” y “la significatividad de los contenidos”. Lo primero implica que los niveles y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Según (Pastor, 1993), el modelo de Van Hiele ha tenido una difusión relativamente reciente en el mundo occidental que a mediados de los 70 se le empezó a prestar atención en los Estados Unidos, a raíz de la publicación de una conferencia de I. Wirszup 1976 que abarca dos aspectos básicos:

- Descriptivo: mediante este se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar su progreso.
- Instructivo: marca pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran.

El modelo geométrico de Van Hiele relata cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos:

En su trabajo (Vargas, 2012) nos da a conocer los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele que están ordenados de la siguiente manera:

Nivel 1: Reconocimiento o visualización

Nivel 2: Análisis

Nivel 3: Deducción informal u orden

Nivel 4: Deducción

Nivel 5: Rigor

Nivel 1: El individuo reconoce las figuras geométricas por su forma, como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura. Puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre.

Nivel 2: El individuo puede ya reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no puede elaborar estas.

Nivel 3: El individuo determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas, establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación, hace demostraciones, pero no es capaz de entenderlas en su globalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones, al no poder realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, el individuo no comprende el sistema axiomático de las Matemáticas. El individuo ubicado en el nivel 2 no era capaz de entender que unas propiedades se deducían de otras, lo cual sí es posible al alcanzar

el nivel 3. Ahora puede entender, por ejemplo, que es un cuadrilátero, la congruencia entre ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados opuestos.

Nivel 4: En este nivel ya el individuo realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que ya entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas. Comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que le permite entender que se puedan realizar distintas demostraciones para obtener un mismo resultado. Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto grado de razonamiento lógico, obtiene una visión globalizadora de las Matemáticas. El individuo puede desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, percibe la posibilidad de una prueba, sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.

Nivel 5: El individuo está capacitado para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría. Capta la geometría en forma abstracta. Este último nivel, por su alto grado de abstracción, debe ser considerado en una categoría aparte, tal como lo sugieren estudios sobre el tema. Alsina, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991) afirman que solo se desarrolla en estudiantes de la Universidad, con una buena capacidad y preparación en geometría.

8. DISEÑO METODOLÓGICO O PLAN DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación será realizada mediante un modelo cualitativo e interpretativo, que conlleva la Inducción, conceptos orientativos, comprensión y explicación de la matemática, este método permitirá buscar una ruta para obtener la información necesaria para el trabajo, se pretende interpretar y explicar la forma como los estudiantes llegan a la comprensión del concepto de la teoría de grafos, a través de los poliedros y la formula de Euler.

(Pastor, 1993) en su tesis doctoral nos da a conocer las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele.

Las cinco fases de aprendizaje pretenden presentar una organización de las actividades que permita pasar de un nivel de razonamiento al siguiente. Las fases no están por tanto asociadas a un nivel determinado, sino que en cada nivel la instrucción comienza con actividades de la fase primera y continúa con actividades de las siguientes fases. Al finalizar la fase quinta, los alumnos deben haber alcanzado el nivel de razonamiento siguiente. Las características principales de las fases de aprendizaje son las siguientes:

Fase 1 (Información)

- identificar las saber previos que tiene los estudiantes sobre grafos, poliedros y su nivel de razonamiento sobre los temas.
- Se les da la información necesaria para que los estudiantes conozcan la el tema a tratar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán.

Fase 2 (Orientación Dirigida)

- Se guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes) para que éstos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de grafos

- Los problemas propuestos deben llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y debe orientar a sus alumnos hacia la solución cuando lo necesiten.

Fase 3 (Explicitación)

- Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

Los estudiantes recibirán la explicación para que ellos construyan poliedros a través de materiales manipulables.

Fase 4 (Orientación Libre)

- En esta fase el estudiante debe alcanzar el aprendizaje potenciado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y probablemente, más complejos.
- El profesor propone a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna. Por otra parte, el profesor debe limitar al máximo su ayuda a los estudiantes en la resolución de los problemas.
- En palabras de Van Hiele (1986, p. 54), los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales.

Fase 5 (Integración)

- Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente.
- El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración. Las actividades que les proponga no

deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino sólo la organización de los ya adquiridos.

8.1. POBLACIÓN Y MUESTRA

Población: los estudiantes del grado sexto cero uno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas.

Muestra: se tomaran 30 estudiantes.

8.2. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Los instrumentos a utilizar son los siguientes: encuestas, entrevistas, observación directa de los hechos, cuestionarios (secuencias didácticas) y Grabaciones.

9. DESARROLLO DE LA INFORMACIÓN

9.1. FASE 1: INFORMACIÓN

En esta fase se dialogó con los estudiantes de grado sexto cero uno, con el objetivo de darles a conocer todas las actividades que se van a desarrollar.



Imagen 1. Estudiantes 601

En primer lugar, los estudiantes deben conocer los materiales que vamos a utilizar como cartulinas, tijeras, pegante, reglas, lápiz, borrador y como es el manejo de cada uno de ellos. De lo anterior se realizó un poliedro (el cubo) con el fin de analizar cada una de ellas buscando caras, vértices, lados y diagonales.

Con las figuras se aplicará la regla de Euler para llegar al concepto de grafos. También se les da a conocer las reglas del trabajo y el uso del material.

- Responsabilidad y seriedad con el trabajo en clases.

- Uso adecuado de las tijeras y el pegante.
- Preguntar todas las dudas que se le presenten durante el desarrollo de las actividades.

Se procedió con un test para identificar los saberes previos que el estudiante tiene con relación al tema con el objetivo de saber cómo desarrollar las actividades o desde que punto empezarlas.

ENCUESTA PARA PROYECTO DE GRADO
INSTITUCIÓN EDUCATIVA FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER



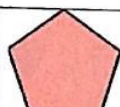
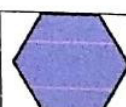
1. Nombre: _____ Grado: _____
2. Cuáles son las figuras geométricas que conoces? _____

3. Sabe que es un poliedro? Si: _____ No: _____ que es? _____

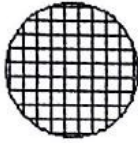
4. Sabe que es un grafo? Si: _____ No: _____ que es? _____

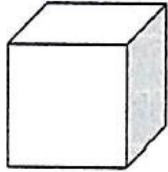
5. Que instrumentos se utilizan para construir figuras geométricas: _____

6. Completa esta tabla de polígonos regulares

				
Nombre del polígono				
Número de lados				
Número de vértices				
Número de diagonales				

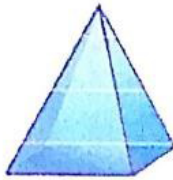
7. Escriba el nombre de estas figuras, si las conoce

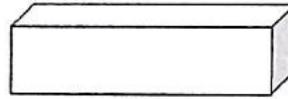












8. Escribe junto a cada poliedro la letra que corresponde para hacer para hacer la figura.



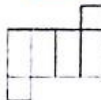
a



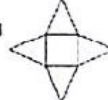
b



c



d



9. Indica cuál de las siguientes figuras se corresponde con cada uno de estos desarrollos planos y dibuja el desarrollo plano que falta

a)



b)



c)



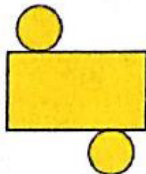
d)



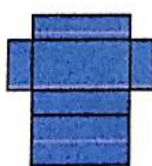
e)



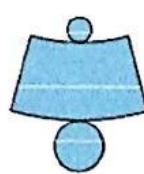
I



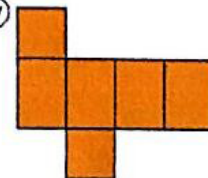
II



III



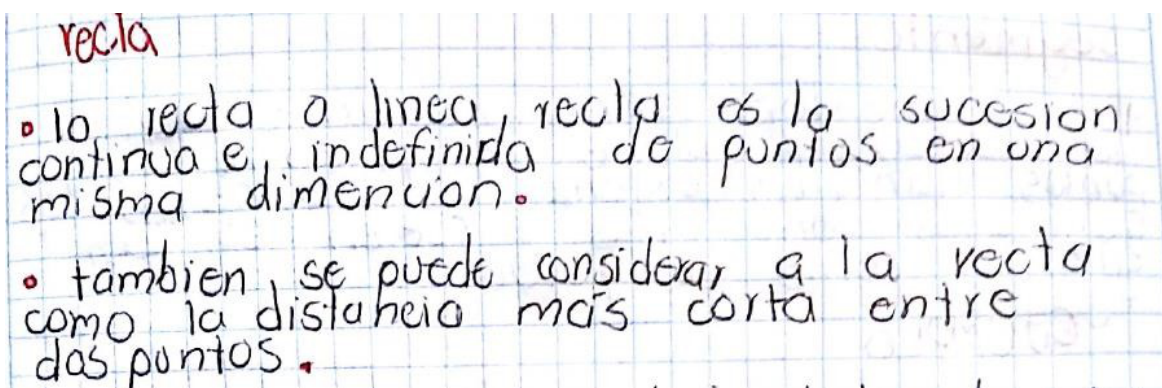
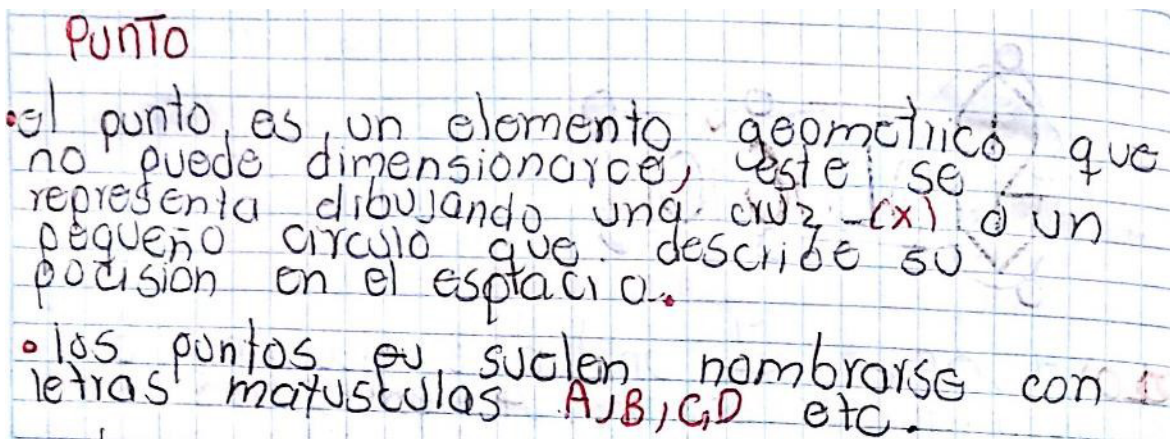
IV



9.2. FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

En esta fase se realizaron las siguientes actividades.

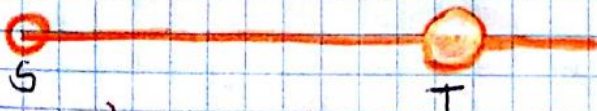
1. Se partió de los términos básicos de geometría como punto, recta, rayo, segmento, ángulos, rectas paralelas y rectas perpendiculares donde el profesor los explico y los estudiantes lo copiaron en sus respectivos cuadernos.



RAYO

los rayos son aquella parte de la línea recta que queda a algún lado de un punto llamado origen, señalado sobre ella.

EJEMPLO



en el ejemplo se muestra el rayo
de origen S

segmento

los segmentos son una parte de la recta, la cual se señala entre dos puntos llamados extremos del segmento. los segmentos son finitos y pueden ser tan grandes como se quiere.

EJEMPLO

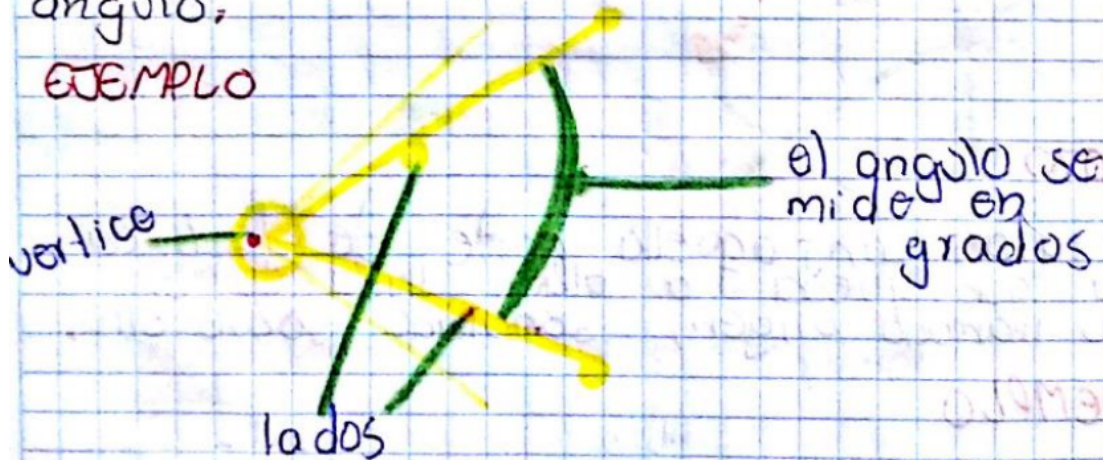


en el ejemplo se muestra
el segmento A.B

ángulo

los ángulos son la unión de dos rayos
note que ambos rayos tienen un mismo
origen, al cual se le conoce con el
nombre de vértice el ángulo, + a los
rayos se les conoce como lados del
ángulo.

EJEMPLO

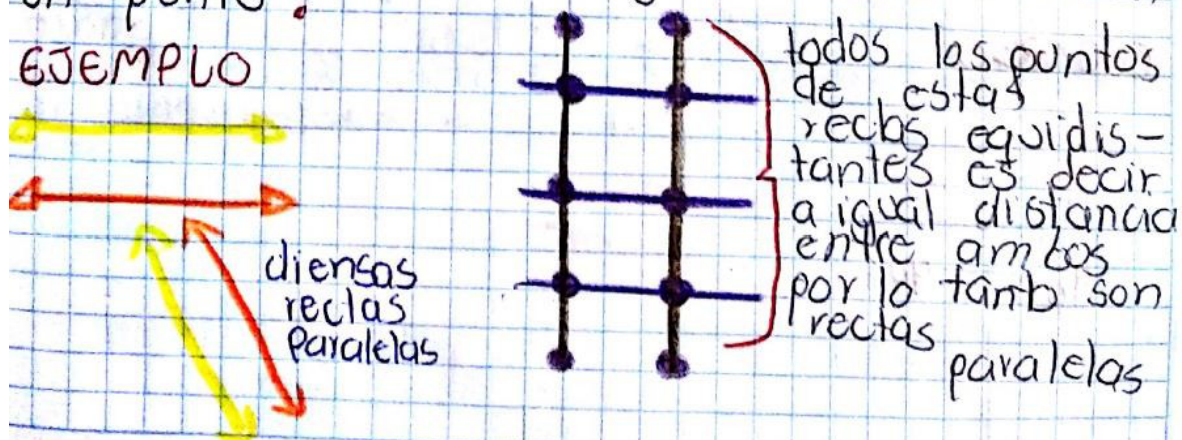


rectas paralelas

dos rectas son paralelas si sus pendientes
son iguales se dice que dos rectas A y B
son paralelas cuando son equidistantes
es decir cuando todos los puntos de una
recta están a igual distancia de la
otra recta.

También podemos decir que dos rectas son
paralelas si nunca llegan a encontrarse en
un punto.

EJEMPLO



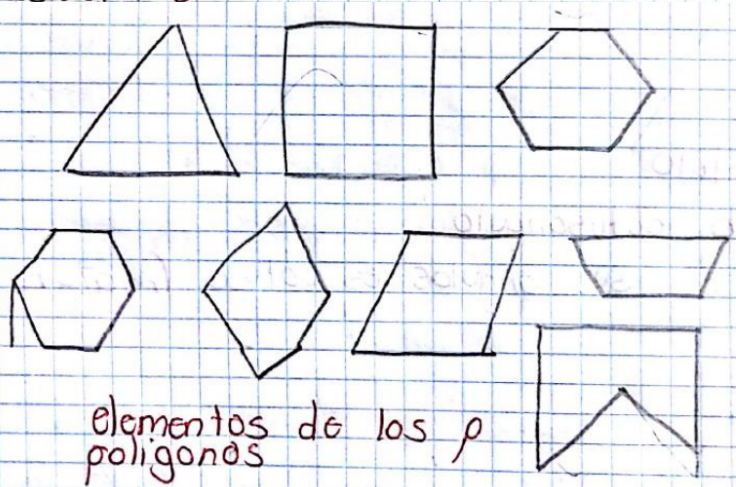
Se les explico que es un polígono sus clasificaciones y los estudiantes lo copiaron en sus respectivos cuadernos.

poligonos

un poligono es una figura geometrica plana limitada por al menos 3 segmentos consecutivos no alineados, llamados lados.

tambien podemos decir que los poligonos son figuras cerradas, formadas por varios segmentos de lineas, a las que llamamos lados.

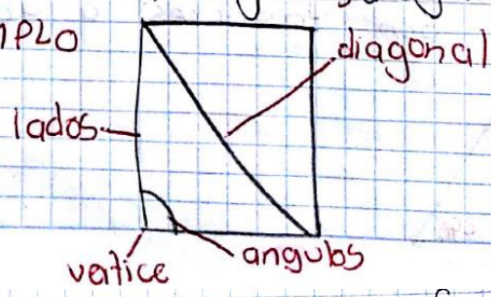
EJEMPLO



**elementos de los p
poligonos**

los elementos de un poligono son:
lados, vertices, angulos, diagonales.

EJEMPLO



los lados son segmentos que forman el poligono.

los vertices son cada uno de los puntos en que se forman los lados los angulos del poligono son los angulos que forman los lados.

las diagonales son los segmentos que unen dos vertices no consecutivos.

clasificación de los polígonos.

se clasifican según el número de lados

EJEMPLO

triángulo 3 lados



cuadrado 4 lados



pentágono 5 lados



deca gono 10 lados

endecagono 11 lados

dodecagono 12 lados

tridecagono 13 lados

Tetra deca gono 14 lados

pentadecagono 15 lados

isodeca gono 20 lados

hexágono 6 lados



heptagono 7 lados



octagono 8 lados



enagono 9 lados



Se les da a conocer un poco de historia de los poliedros y los estudiantes la copiaron en sus respectivos cuadernos.

el estudio de los poliedros es una de las áreas más versátiles de las matemáticas, en lo que respecta tanto a sus aplicaciones como a las posibilidades que ofrece a expertos y a amateurs para trabajar en estos temas. Los poliedros más comunes son conocidos por gran parte de la sociedad, sin embargo, son muchos los que desconocen algunas de sus propiedades. En este trabajo intentaremos, además de destacar algunas de estas propiedades, poner de manifiesto, como el arte y la ciencia, un motivado el estudio matemático de los poliedros y como esos mismos estudios han supuesto un desarrollo artístico y científico posterior. Es por ello que hemos organizado este trabajo de tres secciones. En primer lugar, recogemos algunos aspectos generales sobre poliedros. En la segunda sección, intentaremos mostrar la interacción entre poliedros y arte. Finalmente, en la última parte del trabajo destacaremos algunas situaciones relacionadas con diversas ramas de la ciencia, como la física, la aeronáutica o la biología, en las que aparecen ciertas estructuras poliedricas.

POLIEDROS

Hemos mencionado al comienzo de este trabajo el término poliedro sin precisar intencionalmente su definición, ya que este vocablo tiene varias excepciones depende del contexto en el que estamos trabajando para nuestros propósitos. Un poliedro será una forma 3 dimensional acotada por polígonos / región del plano limitado

por segmentos.

El profesor dialoga con los estudiantes donde les dice que los poliedros se pueden clasificar en regulares e irregulares. Y que además de poliedros se les puede llamar de otra forma que más adelante descubrirán.

etimológicamente la palabra poliedro (ΠΟΛΥΕΔΡΟΣ) deriva de los términos griegos ΠΟΛΥ (mucho) y ΕΔΡΑ (plano). Los vestigios encontrados en algunas zonas de escocia nos hace pensar que ya algunos pueblos neolíticos conocían la existencia de ciertos poliedros. Estos restos, actualmente localizados en el Ashmolean Museum de Oxford, son piedras esculpidas que recuerdan a algunos poliedros (cubo, icosaedro, dodecaedro...) y que se sospecha pudieron ser usados como dados, elementos de juego o decorativos.

algunas civilizaciones como la egipcia y la babilónica tenían conocimiento más explícitos de algunos de estos poliedros (cubo, tetraedro, octaedro, pirámide...). Una evidencia de ello lo encontramos en las famosas pirámides egipcias, santuarios de eternidad de los faraones en donde ya comienza a aparecer de manifiesto la conexión entre los poliedros y ciertos aspectos religiosos y místicos.

estos conocimientos pudieron haberse propagados desde Egipto y Babilonia a Grecia a través de los viajes de tales y Pitágoras se sospecha que el interés de Pitágoras por los poliedros regulares viene de la observación de estas formas geométricas en los minerales, ya que su padre era grabador de piedras preciosas.

los pitagóricos estaban fascinados por los poliedros conocidos, pero sobre todo, por el dodecaedro, y por su relación con el cosmos. Relato Jamblico como la divinidad elimina el delator de uno de sus grandes secretos. La divinidad se disgusta con el que divulgó las doctrinas.

9.3. FASE 3: EXPLICITACIÓN

En este paso el profesor explico la construcción de un cubo utilizando el programa Polipro donde se puede observar las divisiones o partes que la conformas.

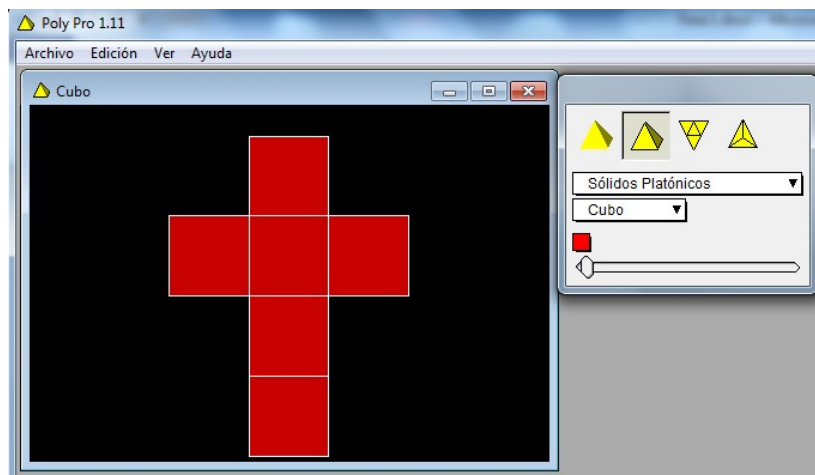


Imagen 2. Cubo en Poly Pro

Después los estudiantes formaron grupo de trabajo donde el profesor les dio los materiales como cartulina, pegante, tijeras y las explicaciones ya personalizadas para hacer un poliedro con unas especificaciones que debe tener 7 cm de cada lado formando cuadrados como los mostrados en el programa polypro.

Como los estudiantes tienen las características de un poliedro deben responder las siguientes preguntas


- ¿Cuál es el nombre del poliedro?
- ¿Cuántas caras tiene el poliedro?
- ¿Cuántos grafos tiene el poliedro?
- ¿Cuántas aristas tiene el poliedro?
- ¿Cuántos vértices tiene el poliedro?
- Aplicar la fórmula de Euler.



Imagen 3. Cubo

Después que los estudiantes respondieron todas las preguntas el profesor les dio la definición de lo que es un grafo, que estudian y que es un grafo plano y lo copiaron en sus respectivos cuadernos.


Cada estudiante lleva una hoja donde hace seguimiento a cada grafo

PROYECTO					
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER					
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: <u>Kevin David Sánchez D.</u>			GRADO: <u>601</u>		
GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	Aristas LADOS	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Cubo	12	6	8	$C + V = A + 2$ $6 + 8 = 12 + 2$ $14 = 14$

El estudiante Kevin David Sánchez pide la palabra y dice que, si le podemos hacer un cambio al formato, si colocamos arista en donde dice lado por la formula y es más bonito y todo el grupo estuvo de acuerdo.

PROYECTO
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER

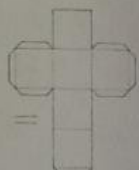
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Jhon Alex Vasco Torres GRADO: 6.01

GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	LADOS <i>Aristas</i>	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Cubo.	12	6	8	$C + V = A + 2$ $6 + 8 = 12 + 2$ $14 = 14$

El estudiante Jhon Alex Vasco fue el primer estudiante en terminar todo el proceso, tiene habilidades en seguir instrucciones y en los trazados.


PROYECTO
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Daniel Felipe Cardona Gomez GRADO: 6.01

GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	LADOS <i>Aristas</i>	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Cubo	12	6	8	$C + V = A + 2$ $6 + 8 = 12 + 2$


PROYECTO
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Nicolás Marín Morales GRADO: 6.01

GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	LADOS <i>Aristas</i>	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Cubo	12	6	8	$C + V = A + 2$ $6 + 8 = 12 + 2$

El estudiante Daniel Felipe Cardona y Nicolás Marín no terminan el proceso y dicen que eso está bien

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: CARLOS ANDRÉS AGUIRRE AGUIRRE CASANO GRADO: 6º-1

GRAFO	NOMBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	ARISTAS LAGOS	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	CUBO	12 19	6	8	$C + V = A + 2$ $6 + 8 = 12 + 2$ $14 = 14$

Al estudiante Carlos Andrés Aguirre se le pregunta por el tachón en la hoja y responde que pensó que tenía 19 aristas y cuando usted (profesor) lo aclaró lo corrigió. El resto de estudiantes no tuvieron inconveniente en la creación del grafo y sacar los datos necesarios.

9.4. FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE

En el cuarto proceso se les planteó realizar tres actividades siguiendo y aplicando los conocimientos adquiridos en las fases anteriores.

Actividad 1

Se le entregó a cada estudiante cartulina, un molde en escala pequeña de un grafo plano, pegante y tijeras para hacer el poliedro con 7cm de cada lado y dejándoles las respectivas pestañas para armar la figura.

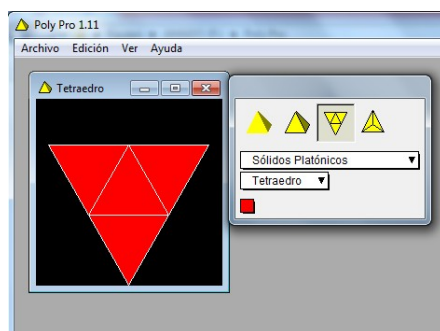


Imagen 4. Tetraedro en Poly Pro

Se les presenta la ayuda del programa polypro

Teniendo en cuenta el grafo anterior los estudiantes respondieron las siguientes preguntas

- ¿Cuál es el nombre del grafo al armarlo?
- ¿Cuántas caras tiene el grafo?
- ¿Cuántas aristas tiene el grafo?
- ¿Cuántos vértices tiene el grafo?
- Aplicar la fórmula de Euler

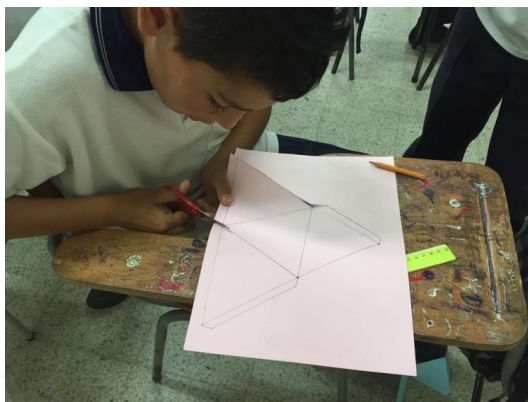


Imagen 5. Plano del Tetraedro



Imagen 6. Estudiantes con Tetraedro

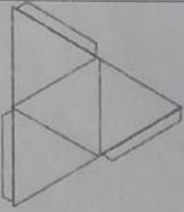
Con la ayuda del docente se entra a dialogar con los estudiantes sobre las dificultades presentadas en la realización del grafo.

Donde se obtuvieron las siguientes.

- Para algunos estudiantes les falta destreza en el trazado del grafo.
- Algunos estudiantes las medias les quedo de 6cm porque comenzaron midiendo desde uno.
- Al realizar el primer triangulo uno de los lados quedo con más o menos de 7 cm
- Al formar el poliedro a algunos estudiantes la figura no les quedo perfecta.
- Al remplazar la formula tuvieron dificultades.

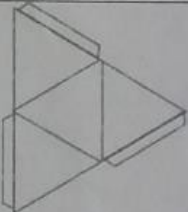
PROYECTO
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERISTICA DE EULER

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Jhon Alexander Lopez GRADO: 601

GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	alicos LADOS	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	tetraplo	6	4	4	$C+V=A+2$ $6+4=6+2$ $8=8$

PROYECTO
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERISTICA DE EULER

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Kevin Yotson Urrego GRADO: 607

GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	LADOS Aristas	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Tetraplo	6	4	4	$C+V=A+2$ $4+4=6+2$ $8=8$

El estudiante Jhon Alexander López y Kevin Yotsen Urrego presentaron dificultades al remplazar la formula y dicen que lo notaron cuando terminaron el proceso.

Actividad 2

Se le entrego a cada estudiante cartulina, pegante, tijeras y con la ayuda del programa poypro para hacer un grafo

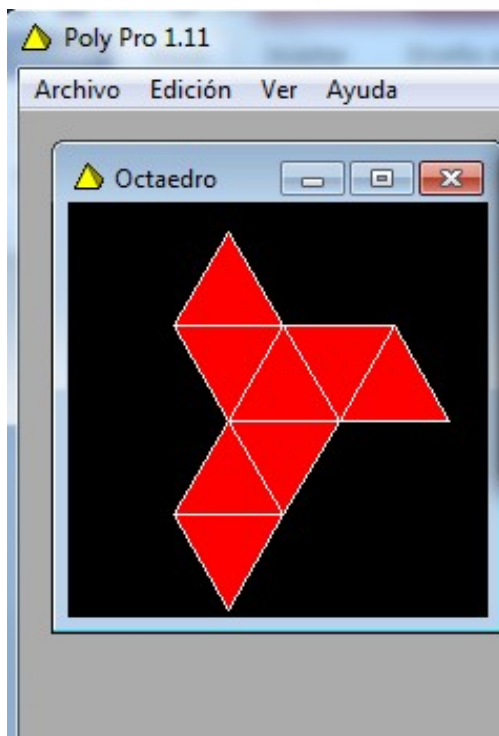


Imagen 7. Octaedro en Poly Pro

Los estudiantes respondieron a las siguientes preguntas

- ¿Cuál es el nombre del grafo al armarlo?
- ¿Cuántas caras tiene el grafo?
- ¿Cuántas aristas tiene el grafo?
- ¿Cuántos vértices tiene el grafo?
- Aplicar la fórmula de Euler



Imagen 8. Estudiante con Grafo de Octaedro

Actividad 3

Se le entrego a cada estudiante cartulina, un molde en escala pequeña de un grafo, pegante y tijeras para hacer un poliedro.

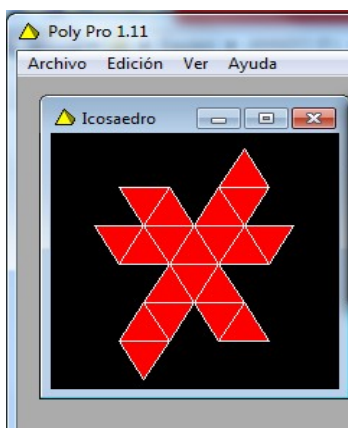


Imagen 9. Icosaedro en Poly Pro

Los estudiantes deben responder las siguientes preguntas

- ¿Cuál es el nombre del grafo al armarlo?
- ¿Cuántas caras tiene el grafo?
- Cuántas aristas tiene el grafo?
- Cuántos vértices tiene el grafo?
- Aplicar la fórmula de Euler



Imagen 10. Diseño de un Grafo



Imagen 11. Grafo del Icosaedro

9.5. FASE 5: INTEGRACIÓN

Se les propone dos actividades donde los estudiantes colocaran en práctica todo lo aprendido.

Actividad 1



Imagen 12. Dodecaedro en Poly Pro

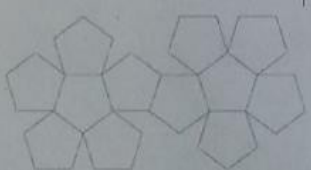
Se le entrego a cada estudiante cartulina, pegante y tijeras para que cada uno haga la figura que se le presenta en programa Poly Pro.

Los estudiantes deben responder las siguientes preguntas

- ¿Cuál es el nombre del grafo al armarlo?
- ¿Cuántas caras tiene el grafo?
- ¿Cuántas aristas tiene el grafo?
- ¿Cuántos vértices tiene el grafo?
- Aplicar la fórmula de Euler



Imagen 13. Grafo del Dodecaedro

PROYECTO					
APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER					
NOMBRE DEL ESTUDIANTE: <u>Marleyda Yailen Bedoya Bando</u> GRADO: <u>6-1</u>					
GRAFO	NOBRE DEL GRAFO O POLIEDRO	LADOS	CARAS	VÉRTICES	FORMULA
	Dodecaedro	30	12	20	$CH = A + 2$ $12 + 20 + 2$ $32 = 32$

La niña Marleyda Bedoya presento dificultades al remplazar la formula y dice que se le olvido aplicar la formula Otra dificultad presentada fue el trazo de la figura.

Actividad 2

Los estudiantes realizaron el poliedro Girobicúpula cuadrada elongada y lo compararon con los poliedros anteriores comparando sus formas.

Con esta figura se les explico que existen poliedros irregulares porque no todas sus caras son iguales.



Imagen 14. Poliedro Irregular



Imagen 15. Creación del Poliedro Irregular

Se hace un trabajo de observación en el colegio para analizar los grafos.

10. RESULTADOS

10.1. RESULTADOS DEL TEST INICIAL

¿CUALES SON LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS QUE CONOCE?

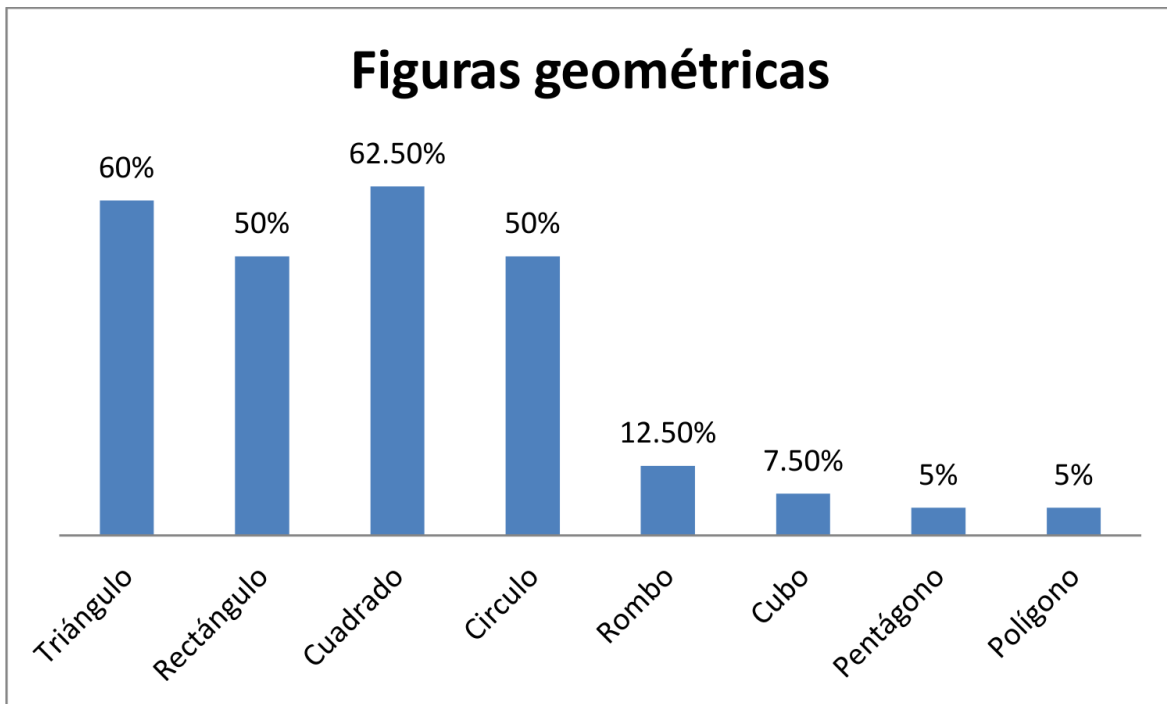


Grafico 1. Figuras geométricas

Se presenta las figuras geométricas más conocidas por los estudiantes de grado.

¿SABE QUE ES UN POLIEDRO?



Grafico 2. Poliedro

El 95% de los estudiantes del grado 6-01 dicen no saber que es un poliedro y solo el 5% de los estudiantes dicen saber que es un poliedro.

¿SABE QUE ES UN GRAFO?



Grafico 3. Grafos

Los estudiantes de 6-01 dicen no conocer o saber que es un grafo.

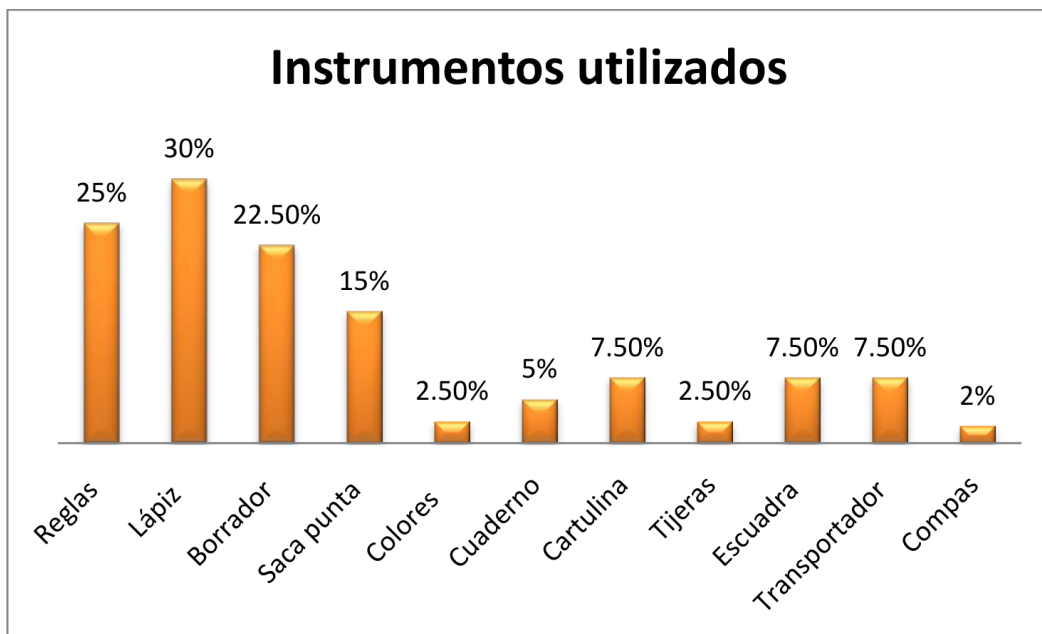


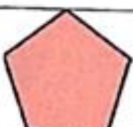



Grafico 4. Utiles escolares

¿Que instrumentos se utilizan para construir figuras geométricas?.

Se observa que el lápiz, regla y borrados son los instrumentos más utilizados por los estudiantes del grado 6-01

Completa la tabla.

				
Nombre del polígono				
Número de lados				
Número de vértices				

~ 2 ~

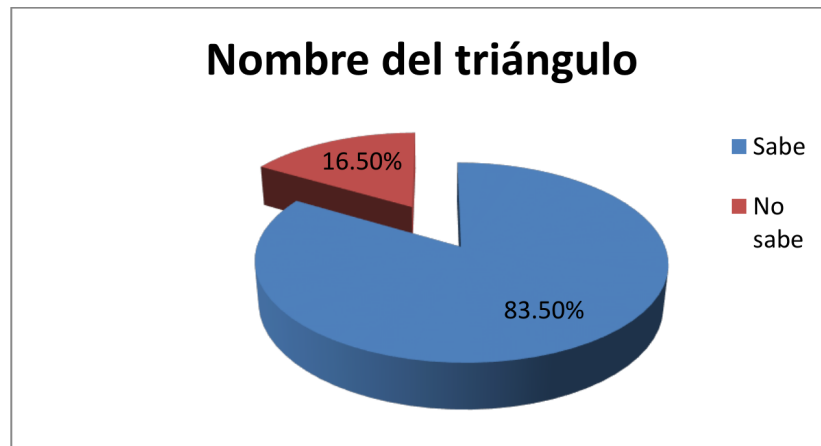


Grafico 5. Triángulo

El 83,5% de los estudiantes del grado 601 dicen conocer el triángulo y 16,5% no lo conocen.

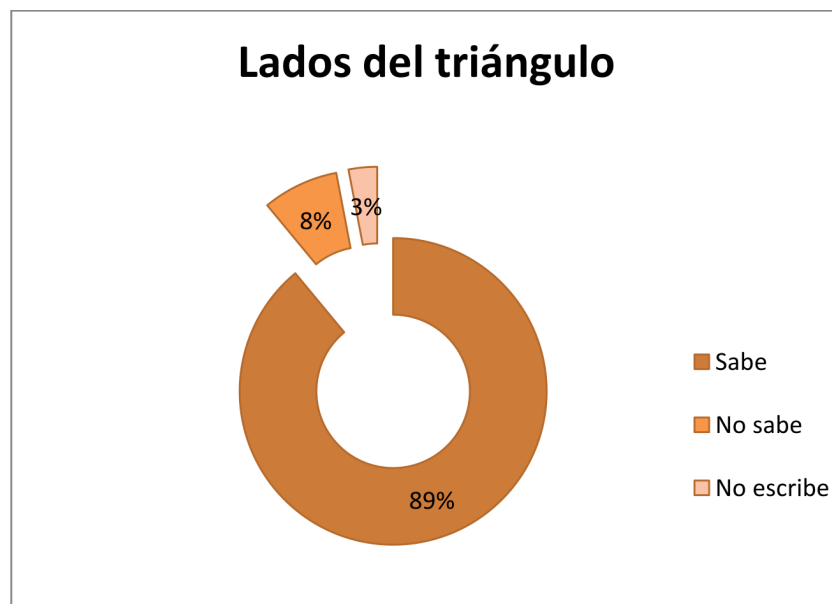


Grafico 6. Lados del triángulo

El 89% de los estudiantes saben el número de lados que tiene el triángulo, 8% cuentan el número de lados del triángulo y 3% no escribe nada.

Vértices del triángulo

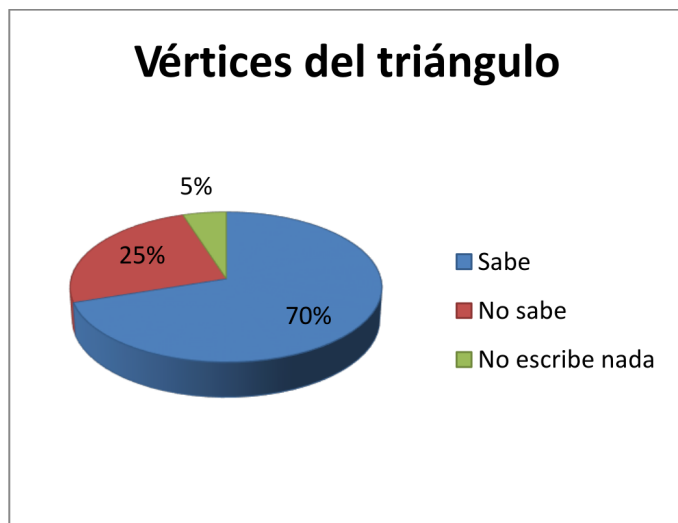


Gráfico 7. Vértices del triángulo

El 70% de los estudiantes saben el número de vértices que tiene el triángulo, 25% cuanta mal el número de lados del triángulo y 5% no escribe nada.

Cuadrado

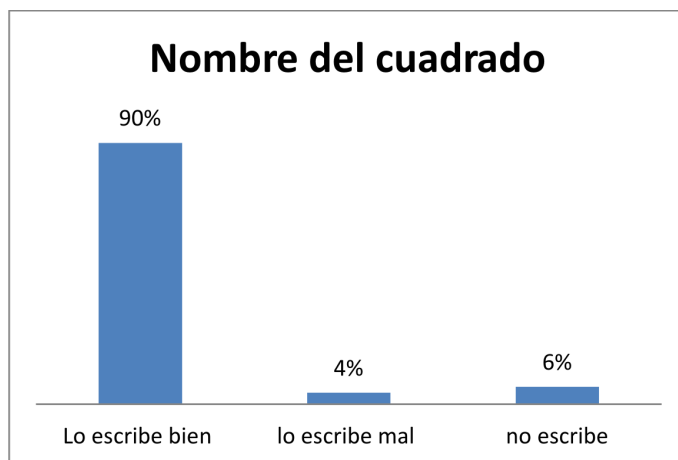


Gráfico 8. Cuadrado

El 90% de los estudiantes escriben bien el nombre de la figura (cuadrado), 4% lo escribe mal y el 6% no escribe nada.

Lados

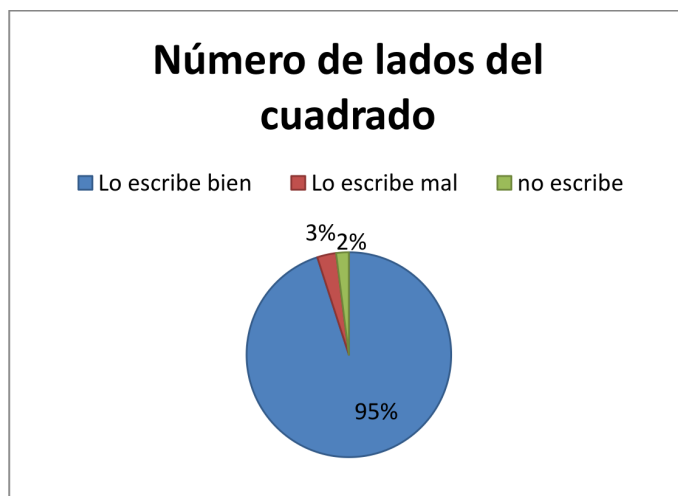


Grafico 9. Lados del cuadrado

El 95% de los estudiantes saben el número de lados que tiene el cuadrado, 3% cuanta mal el número de lados y 2% no escribe nada.

Vértices

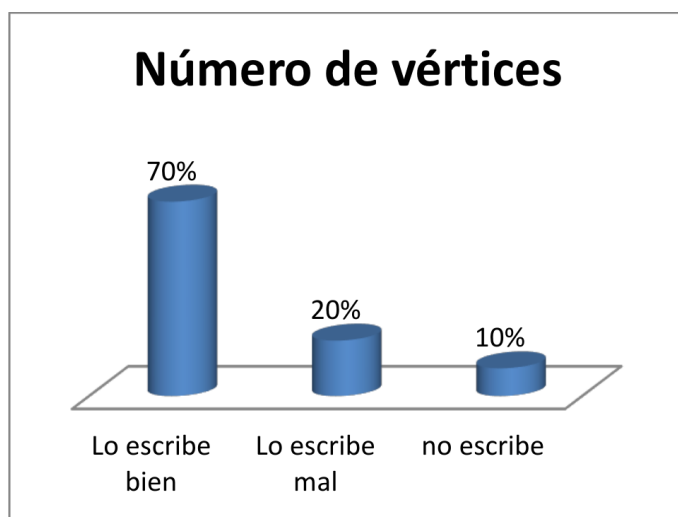


Grafico 10. Número de Vértices

El 70% de los estudiantes saben el número de vértices del cuadrado, 20% cuanta mal el número de lados del triángulo y 10% no escribe nada.

Pentágono

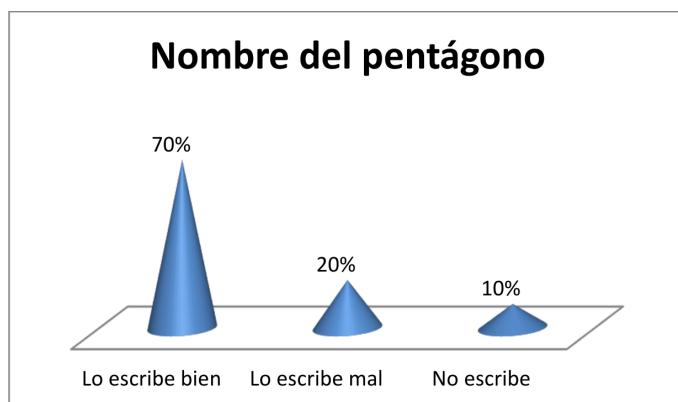


Gráfico 11. Pentágono

El 70% de los estudiantes saben el nombre de la figura (pentágono), 20% no lo saben escribir y 10% no escribe nada.

Lados

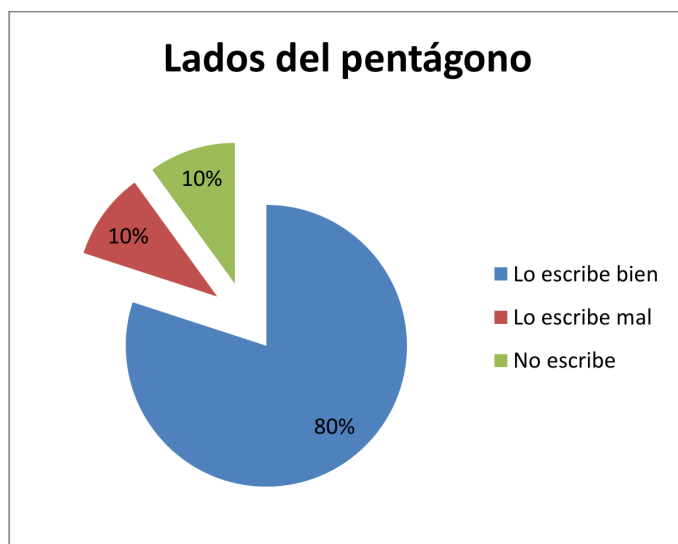


Gráfico 12. Lados del Pentágono

El 80% de los estudiantes saben el número de lados que tiene el pentágono, 10% cuanta mal el número de lados y 10% no escribe nada.

Vértices

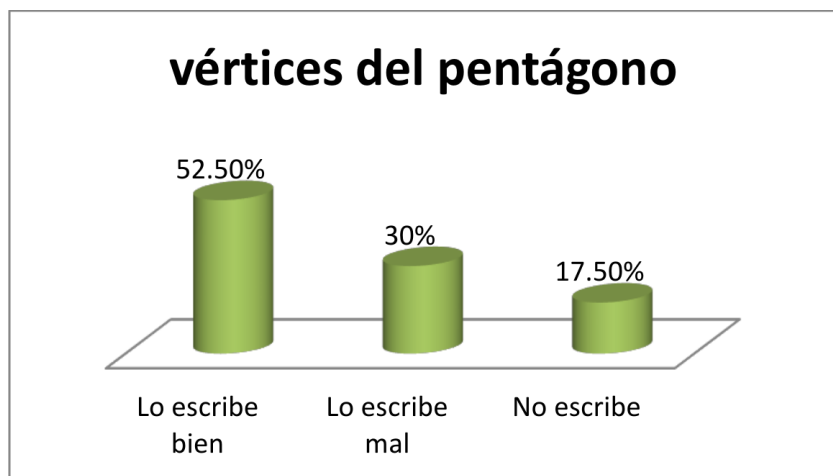


Grafico 13. Vértices del Pentágono

El 52,5% de los estudiantes saben el número de vértices que tiene en pentágono, 30% cuanta mal el número de vértices y 17,5% no escribe nada.

Hexágono

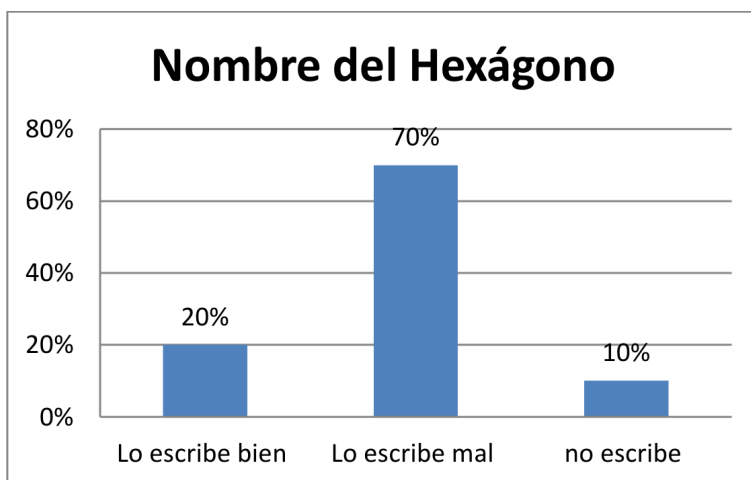


Grafico 14. Héxagono

El 20% de los estudiantes saben el nombre de la figura (hexágono), 70% no saben el nombre de la figura y 10% no escribe nada.

Lados

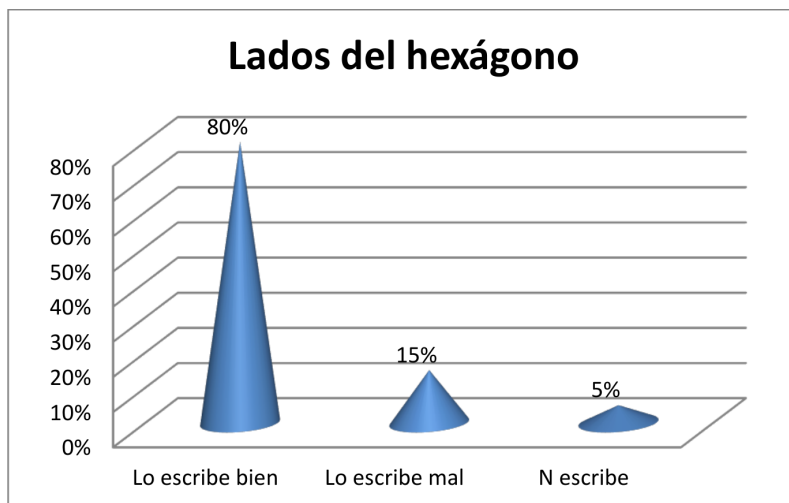


Grafico 15. Lados del Héxagono

El 80% de los estudiantes saben el número de lados que tiene el hexágono, 15% cuanta mal el número de lados del triángulo y 5% no escribe nada.

Vértices

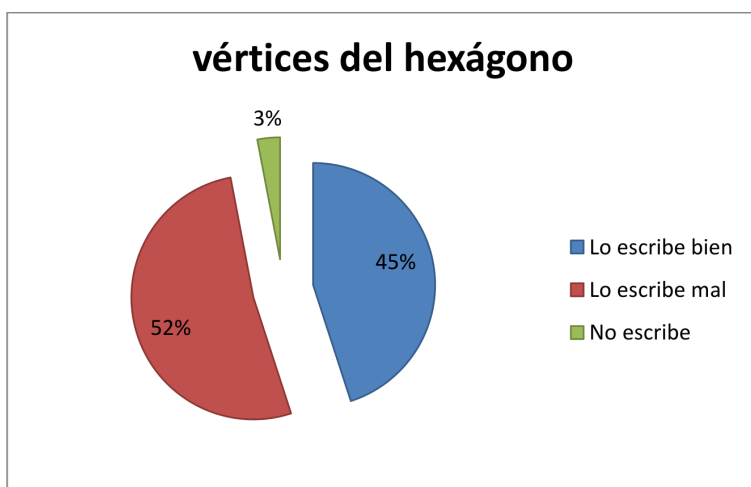


Grafico 16. Vértices del Héxagono

El 45% de los estudiantes saben el número de vértices que tiene el hexágono, 52% cuanta mal el número de lados del hexágono y 3% no escribe nada.

Escriba el nombre de estas figuras, si las conoce

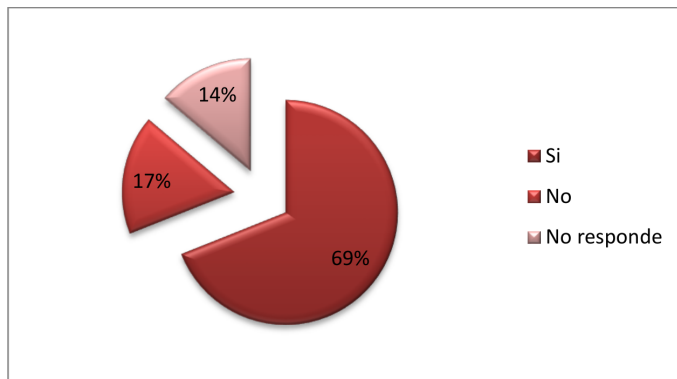


Grafico 17. Circulo

El 69% de los estudiantes saben el número de la figura, 17% lo escriben mal y 14% no escribe nada.

Conocen la siguiente figura

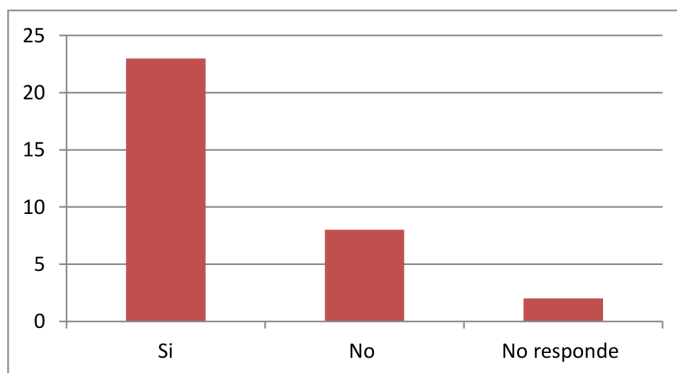


Grafico 18. Cubo

El 80% de los estudiantes conocen el nombre de la figura, 15% lo escriben mal y 5% no responde.

Escribe junto a cada poliedro la letra que corresponde para hacer para hacer la figura.

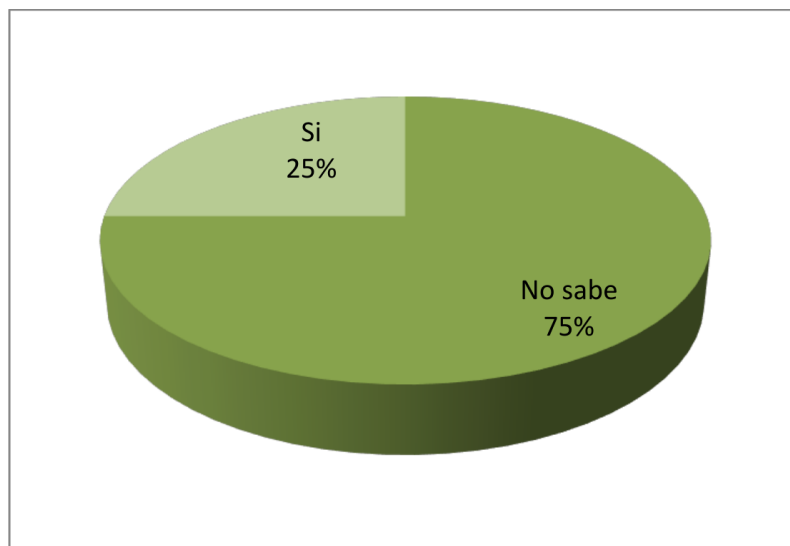
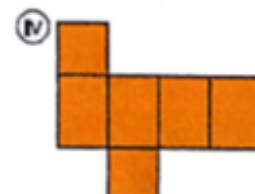
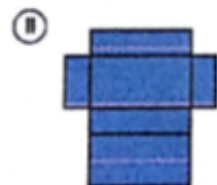
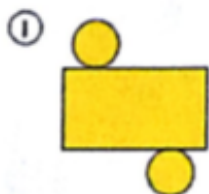
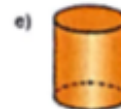
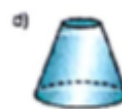
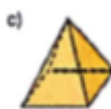
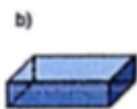


Grafico 19. Formación de Poliedros

El 25% de los estudiantes relaciona las figuras con su grafo, 25% no las relacionan.

Indica cuál de las siguientes figuras se corresponde con cada uno de estos desarrollos planos y dibuja el desarrollo plano que falta



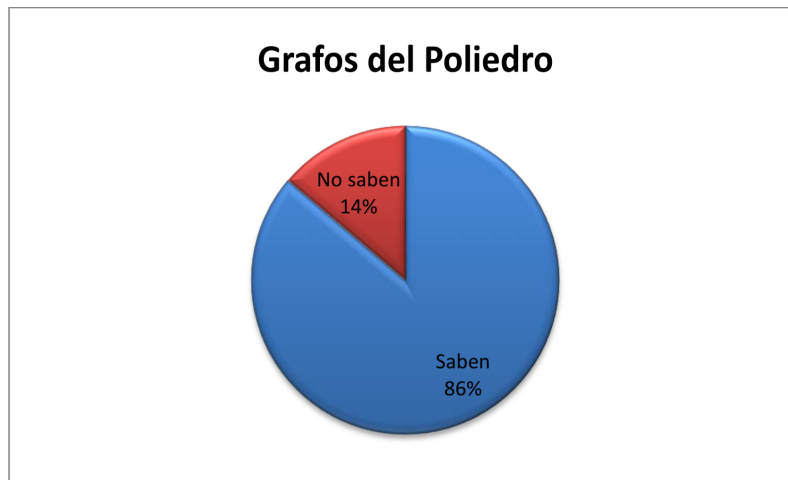


Grafico 20. Grafos de Poliedros

El 14% de los estudiantes relaciona las figuras con su grafo, 86% no las relacionan.

Al finalizar el trabajo se aplica un test y se compara los resultados con el inicial.

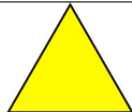


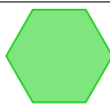
PROYECTO

APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFO A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____ GRADO: _____

1. ¿Qué es un Polígono? _____

2. Completa la siguiente tabla

				
Nombre del polígono				
Numero lados				
Numero de vértices				

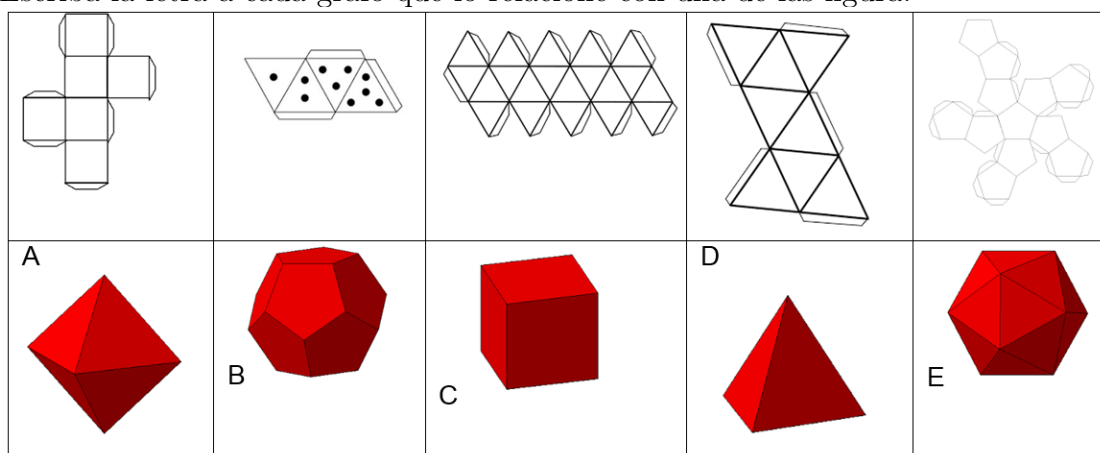
3. ¿Sabé que es un Poliedro?. Si ____ No ____ Defínalo: _____

4. A los poliedros regulares se los conoce como sólidos Platónicos). ¿Cuántos son?
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 5
5. ¿Qué significa? cara de un poliedro: _____

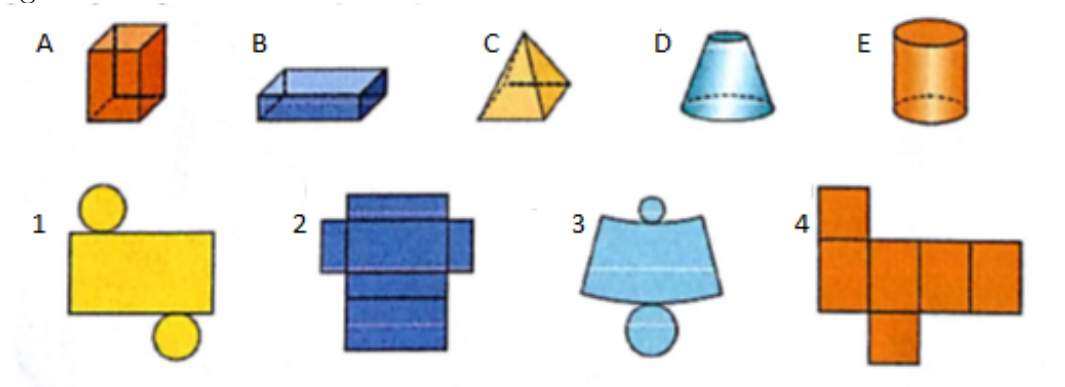
6. ¿Qué otra clase de poliedros conoce? _____

7. ¿Sabé que es un Grafo?. Si ____ No ____ Defínalo: _____

8. Escriba la letra a cada grafo que lo relacione con una de las figura.



9. Escribale a cada letra el número del grafo que le corresponde y al que falta realícele su grafo.



10.2. COMPARATIVO DEL TEST INICIAL Y EL TEST FINAL

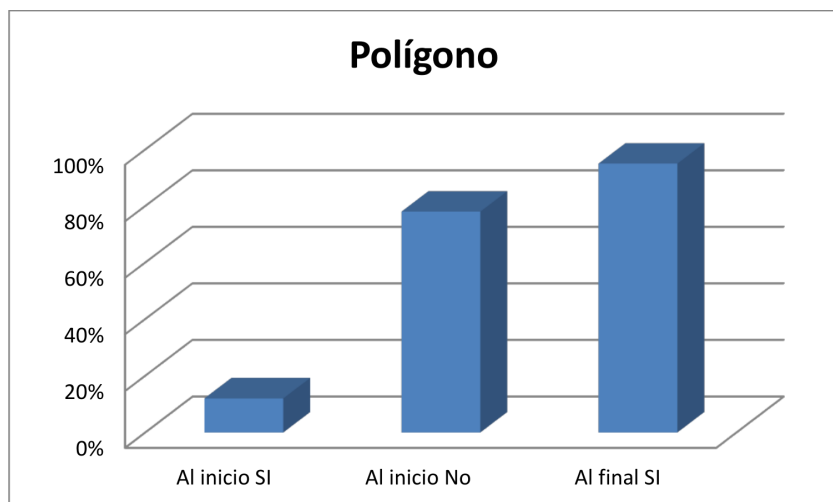


Grafico 21. Polígonos

Al principio el conocimiento sobre polígono era muy bajo y a medida que se fue avanzando en el proceso su conocimiento fue incrementando incluyendo las partes del polígono.

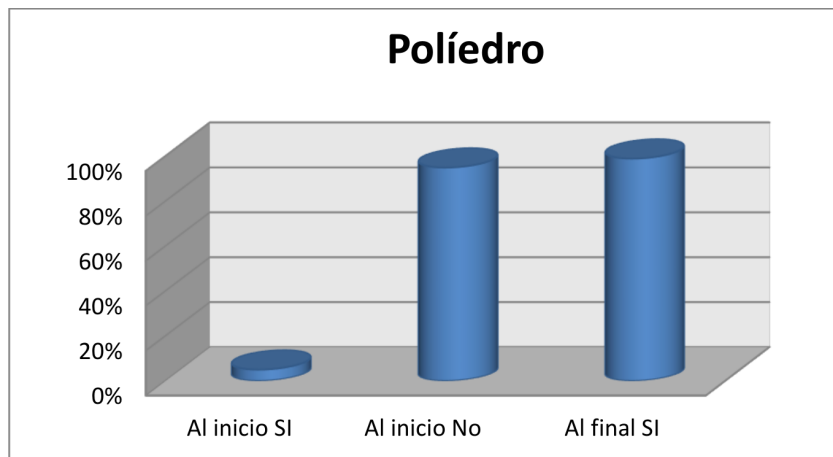


Grafico 22. Poliedros

Al principio el conocimiento sobre poliedros era bajo y al finalizar todos los estudiantes de 601 saben de poliedros.

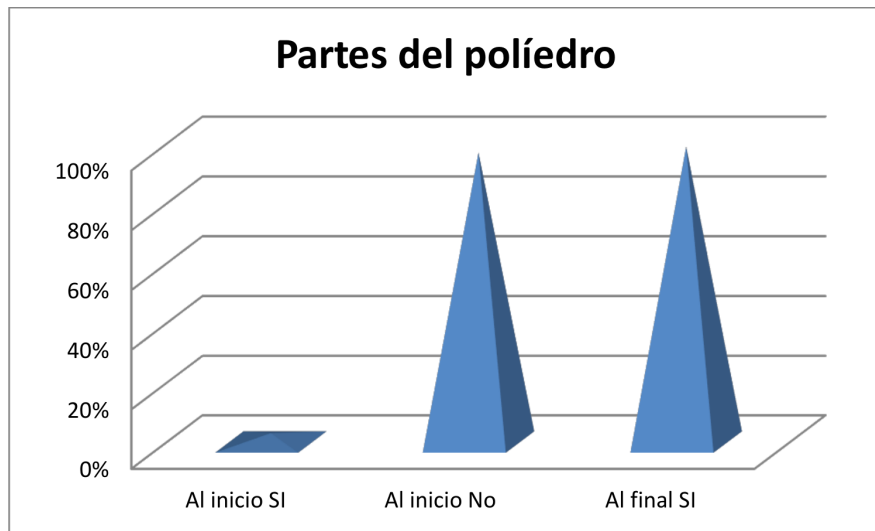


Grafico 23. Partes de un Poliedro

No tenían conocimientos sobre las partes de los poliedros al finalizar lo comprendieron y lo manejan bien.

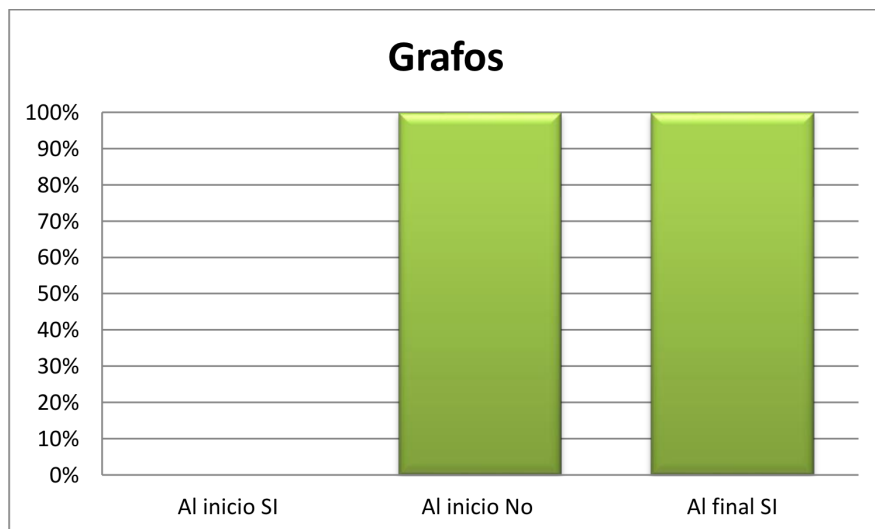


Grafico 24. Grafos

Al principio el conocimiento sobre grafos era nulo y a medida que se fue avanzando en el proceso su conocimiento fue incrementando e interiorizando.

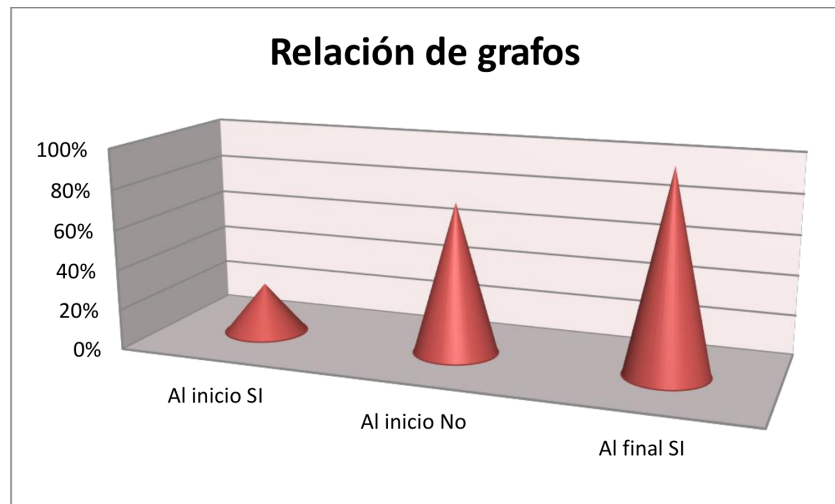


Grafico 25. Relación de Grafos

Al principio algunos estudiantes relacionaban una figura con un poliedro sin identificar que se podía llamar grafos y al finalizar relacionaban grafos con sus respectivos poliedros.

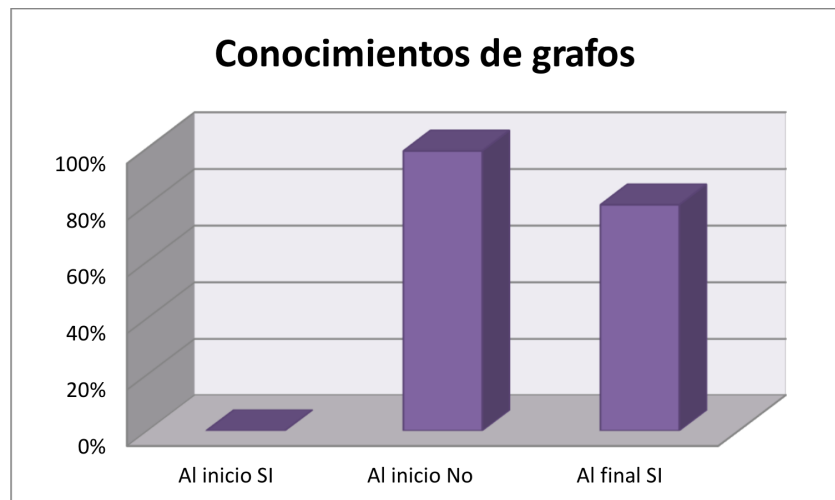


Grafico 26. Conocimiento de Grafos

Al principio no tenían las destrezas para hacer un grafo a partir de un poliedro y al finalizar sus destrezas aumentaron considerablemente su habilidades al crear grafos y poliedros.

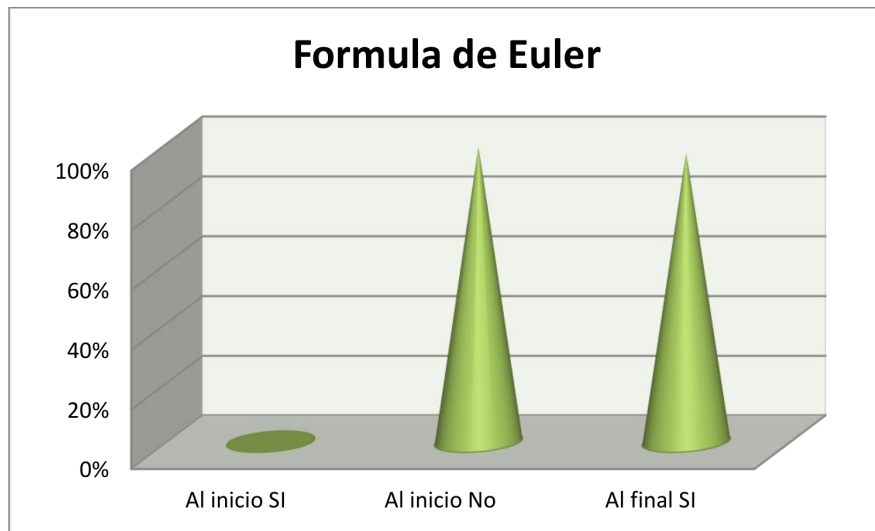


Grafico 27. Formula de Euler

Al principio no conocían la fórmula de Euler ni su historia y al finalizar conocieron su historia la formula y su aplicación.

11. CONCLUSIONES

Durante el desarrollo del proyecto se evidenciaron los resultados de la aplicación de una secuencia didáctica con materiales de apoyo, la apropiación de la teoría de grafos el uso de los poliedros y la característica de Eules, manejando la información obtenida y teniendo en cuenta la secuencia de las cinco faces que proporciona el modelo de Van Hiele.

Este modelo permitió identificar la manera como los estudiantes del grado 601 de la Institución Educativa Francisco José de Caldas aprenden la teoría de grafos a través de los poliedros y la característica de Euler y comparar los conocimientos previos con el test final después de haber aplicado la secuencia didáctica.

Fase uno

El resultado presentado nos muestra que todos los estudiantes de 601 lograron la fase uno con la asesoría del docente presentando dificultad en los trazados y medias de los cuadrados.

Fase dos



Grafico 28. Fase 2

En la segunda fase el 82% de los estudiantes lograron superarla sin ayuda del docente y el 18% de los estudiantes que no lo alcanzaron directamente lograron alcanzarla con la asesoría de los compañeros y el docente.

Fase tres

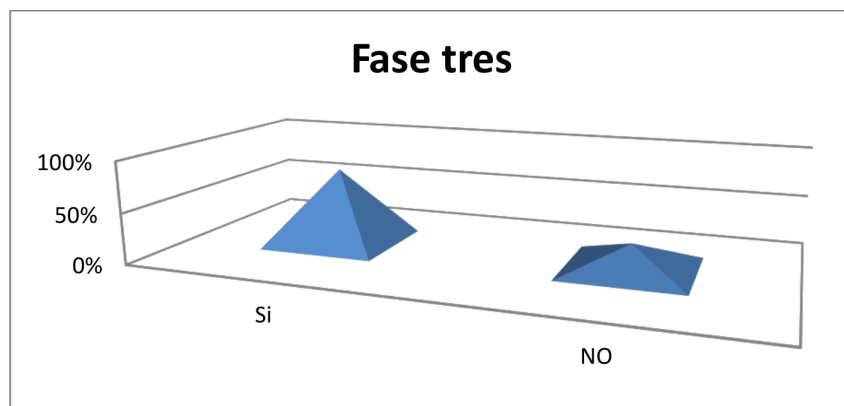


Grafico 29. Fase 3

En esta fase el 75% de los estudiantes lograron superar las tres fases, después de un proceso de retroalimentación se cumple que todos los estudiantes superaron las tres fases.

Fase cuarta

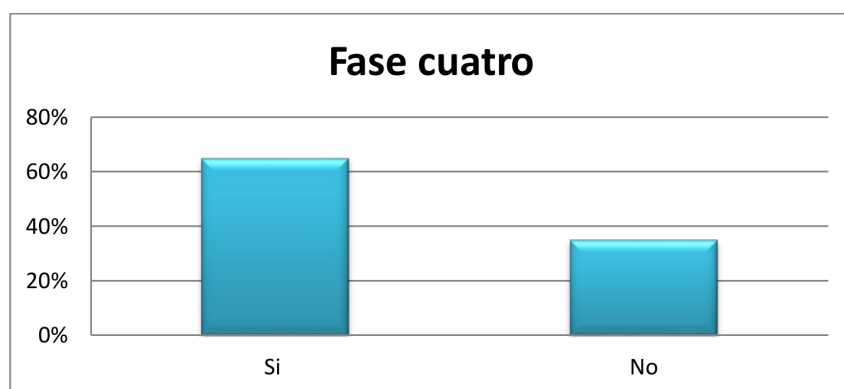


Grafico 30. Fase 4

En esta fase el 65% de los estudiantes lograron superarla, después de un proceso de retroalimentación se cumple que todos los estudiantes superaron que 90% de los estudiantes separaran la fase 4 y el 10 por ciento de los estudiantes se rindieron diciendo que no son capaces

Fase cinco

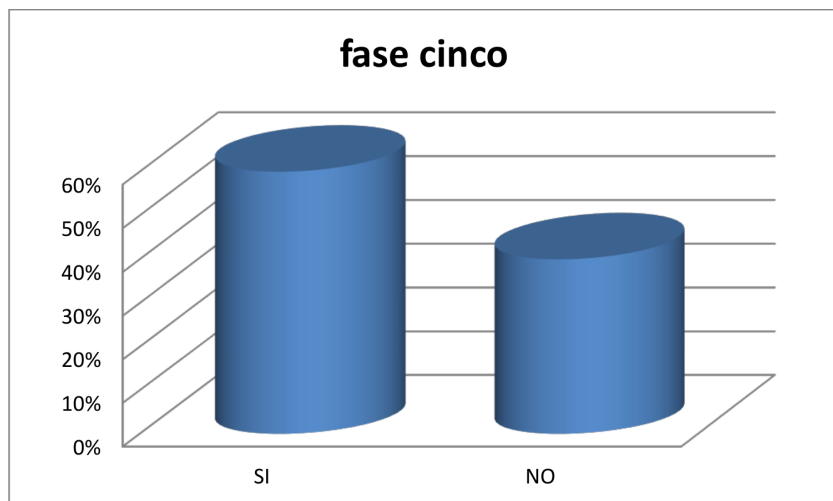


Grafico 31. Fase 5

Es esta última fase el 60% la lograron con una dificultad que se demoraron 5 horas en hacer el proceso, después de la intervención del docente que les dio pautas como: hacer un molde de un pentágono con todos sus lados iguales y luego plasmarlo en la cartulina el 72% de los estudiantes lograron superar las 5 fases

Cuando las actividades fueron avanzando lo estudiantes dominaban más el concepto de grafos, los poliedros y la formula de Euler cumpliendo todos los pasos de la secuencia

Trabajar esta secuencia didáctica con los estudiantes de 601 de la institución educativa Francisco José de Caldas fue un reto para el docente debido que la mayoría de los estudiantes son de bajos recursos y los materiales de trabajo los proporciono el docente

El modelo de Van Hiele contribuyo permitió avanzar secuencialmente en el aprendizaje de la teoría de grafos y a incorporar nuevos conceptos cada vez que se avanzaba en las 5 fases.

De manera directa y sin ayuda los estudiantes lograron los niveles 1 y 2 y algunos estudiantes lograron el nivel 3, para los otros niveles el docente dio gran aporte o ayuda para poder lograr los niveles 4 y 5

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Abrate, R. S. & Pochulu, M. D. (2010) *Los logaritmos, un abordaje desde la Historia de la Matemática y las aplicaciones actuales.*
- [2] Altablero.(Mayo de 2014) *Una llave maestra Las TIC en el aula. pág. 3A..*
- [3] Arboleda, A. A. (2011) *Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los solidos regulares mediante el modelo de Van Hiele.*
- [4] Álvarez, G. P. (2014) *El desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento.*
- [5] Chavez, C. A. & Floriano, R. m. (2011) *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadrilateros.*
- [6] Fedesarrollo. (2014) *Propuestas para el mejoramiento de la calidad de la educación preescolar, básica y media en Colombia.*
- [7] Fouz, F. & Donosti, B. d. (2013) *Modelo de Van Hile para la didáctica de la Geometría .*
- [8] Hernández, J. F. (2003) *Estudio de libros de textos de ciencias de la naturaleza mdiante análisis cuantitativo basado en la teoría de grafos .*
- [9] Lestón, P. & Veiga, D. C. (2002) *Estrategias para introducir la teoría de grafos en la escuela .*
- [10] Martín, D. (2013) *Pedagogía para éxito .*
- [11] MEN, M. d. (1998) *Lineamientos Curriculares de la matemática. Página 25*
- [12] MEN, M. d. (1998) *Lineamientos Curriculares de la matemática. Página 38*

- [13] MEN, M. d. (2015) *Derechos Básicos de aprendizaje*
- [14] Morales, J. M.; Escolano, J. M. & Marcén, A. O. (2009) *Empleo didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos: Una experiencia*
- [15] Moreno, F. G. (2012) *Elementos problemáticos en el proceso de enseñanza de las matemáticas en estudiantes de la Institución Pedro Vicente Abadía.*
- [16] Nouche, F. (no data) *Teoría de grafos: propuesta para escuelas secundarias.*
- [17] Pastor, A. J. (1993) *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele.*
- [18] Perú, M. d. (2007) *Los poliedros.*
- [19] Quintero, J. C. & Cardona, D. M.(2012) *Piaget y Van Hille en la enseñanza y aprendizaje del desarrollo de la capacidad para hacer representaciones bidimensionales de cuerpos tridimensionales.*
- [20] Rodriguez, J. A. (2013) *Explorar y descubrir para conceptualizar en geometría.*
- [21] Santander, O. A. (2012) *Caracterización Psicológica del estudiante y rendimiento académico. Revista Colombiana de Ciencias Sociales, 4(1), Págs. 21-41.*
- [22] Toffler, A. (1974) *Shock del futuro.*
- [23] Vanegas, J. ; Henao, S. & Gustin, J. (sin fecha) *La teoría de grafos en la modelación matemática de problemas en contexto.*
- [24] Vargas, M. d. (2007) *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría .*
- [25] Vergel, C.; Molina, B. & Echeverry, A (2005) *Grafos en la educación básica .*

ANEXOS